

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. október 25.**

**MATEMATIKA**  
**EMELT SZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2007. október 25. 8:00**

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS**  
**MINISZTERIUM**

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

--

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**I.****1.**

- a)** Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$x^2 = |x - 6|$$

- b)** Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\left. \begin{array}{l} \lg(x + y) = 2 \lg x \\ \lg x = \lg 2 + \lg(y - 1) \end{array} \right\}$$

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	9 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. Egy családnak olyan téglalap alakú telke van, melynek két szomszédos oldala 68 m, illetve 30 m hosszú. A telek egyik sarkánál úgy rögzítettek egy kerti locsoló berendezést, hogy a telek rövidebb oldalától 4 m-re, a vele szomszédos oldaltól 3 m-re legyen. A locsoló berendezés körbe forgó locsolófeje azt a részt öntözi, amely a rögzítés helyétől legalább 0,5 m-re, de legfeljebb 4 m-re van. A telek mekkora területű részét öntözi a locsoló berendezés, és ez hány százaléka a telek területének?

Ö.:	11 pont	
-----	---------	--

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 3.** Egy dolgozó az év végi prémiumként kapott 1 000 000 Ft-ját akarja kamatoztatni a következő nyárig, hat hónapon át. Két kedvező ajánlatot kapott. Vagy kéthavi lekötést választ kéthavi 1,7%-os kamatra, kéthavonkénti tőkésítés mellett, vagy a forintot átváltja euróra, és az összeget havi 0,25%-os kamattal köti le hat hónapra, havi tőkésítés mellett.
- a) Mennyi pénze lenne hat hónap után a forintszámlán az első esetben? (Az eredményt Ft-ra kerekítve adja meg.)
  - b) Ha ekkor éppen 252 forintot ért egy euró, akkor hány eurót vehetne fel hat hónap múlva a második ajánlat választása esetén? (Az eredményt két tizedes jegyre kerekítve adja meg.)
  - c) Legalább hány százalékkal kellene változnia a 252 forint/euró árfolyamnak a félév alatt, hogy a második választás legyen a kedvezőbb? (Az eredményt két tizedes jegyre kerekítve adja meg.)

(A tőkésítés melletti befektetés azt jelenti, hogy a tőkésítési időszak alatt elért kamatot az időszak végén hozzáadják az időszak kezdetén befektetett tőkéhez, és a következő időszakban az így kapott, kamattal megnövelt összeg után számítják a kamatot. Ez a folyamat annyiszor ismétlődik, ahány tőkésítési időszak van a befektetés időtartama alatt.)

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

4. Egyszerre feldobunk hat szabályos dobókockát, amelyek különböző színűek.
- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindegyik kockával más számot dobunk?
  - b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy dobásnál a hat dobott szám összege legalább 34 lesz?

a)	5 pont	
b)	9 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 5.** Az  $ABC$  háromszög körülírt körének sugara  $26\text{ cm}$ ,  $BAC\angle = 60^\circ$ .
- Számítsa ki a  $BC$  oldal hosszát!
  - Hány fokos a háromszög másik két szöge, ha az  $AC$  oldal  $b\text{ cm}$ , az  $AB$  oldal pedig  $3b\text{ cm}$  hosszúságú?
- A keresett értékeket egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

<b>a)</b>	4 pont	
<b>b)</b>	12 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. Adott az  $f$  függvény:  $f : ]-1; 6[ \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = -4x^3 + 192x$ .
- a) Határozza meg  $f$  zérushelyeit, és elemezze az  $f$  függvényt monotonitás szempontjából!

Jelölje  $c$  az  $f$  értelmezési tartományának egy pozitív elemét.

- b) Határozza meg a  $c$  értékét úgy, hogy az  $x$  tengely  $[0; c]$  szakasza, az  $x - c = 0$  egyenletű egyenes és az  $f$  grafikonja által közbezárt síkidom területe 704 területegységnyi legyen!

a)	7 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. A csonkakúp alakú tárgyak térfogatát régebben a gyakorlat számára elegendően pontos közelítő számítással határozták meg. Eszerint a csonkakúp térfogata közelítőleg egy olyan henger térfogatával egyezik meg, amelynek átmérője akkora, mint a csonkakúp alsó és felső átmérőjének számtani közepe, magassága pedig akkora, mint a csonkakúp magassága.
- a) Egy csonkakúp alakú fatörzs hossza (vagyis a csonkakúp magassága) 2 m, alsó átmérője 12 cm, felső átmérője 8 cm. A közelítő számítással kapott térfogat hány százalékkal tér el a pontos térfogattól? (Ezt nevezzük a közelítő számítás relatív hibájának.)
  - b) Igazolja, hogy a csonkakúp térfogatára – a fentiekben leírt útmutatás alapján kapott – közelítő érték sohasem nagyobb, mint a csonkakúp térfogatának pontos értéke!

Jelölje  $x$  a csonkakúp két alapköre sugarának arányát, és legyen  $x > 1$ . Bizonyítható, hogy a fentiekben leírt, közelítő számítás relatív hibáját százalékban mérve a következő

függvény adja meg:  $f : ]1; +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = 25 \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2 + x + 1}$

- c) Igazolja, hogy  $f$ -nek nincs szélsőértéke!

a)	3 pont	
b)	7 pont	
c)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	



Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 8.** Hat úszó:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  és  $F$  indul a 100 méteres pillangóúszás döntőjében. Egy fogadóirodában ennek a döntőnek az első, a második és a harmadik helyezettjére lehet tippelni egy szelvényen. Az a fogadoszelvény érvényes, amelyen megnevezték az első, a második és a harmadik helyezettet. Ha a fogadó valamelyik helyezésre nem ír tippet, vagy a hat induló nevén kívül más nevet is beír, vagy egy nevet többször ír be, akkor szelvénye érvénytelen. Holtverseny nincs, és nem is lehet rá fogadni.

- a) Hány szelvényt kell kitöltenie annak, aki minden lehetséges esetre egy-egy érvényes fogadást akar kötni?

A döntő végeredménye a következő lett: első az  $A$ , második a  $B$ , harmadik a  $C$  versenyző.

- b) Ha egy fogadó az összes lehetséges esetre egy-egy érvényes szelvénnel fogadott, akkor hány darab legalább egytalálatos szelvénye lett? (Egy szelvényen annyi találat van, ahány versenyző helyezése megegyezik a szelvényre írt tippel.)

a)	3 pont	
b)	13 pont	
Ö.:	16 pont	

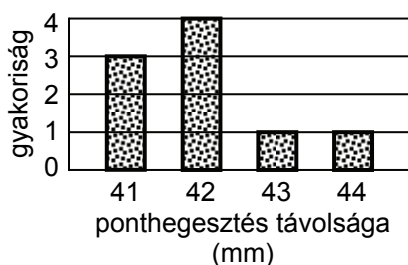
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Egy ipari robotnak az a feladata, hogy a munkaasztalra helyezett lemezen ponthegeesztést végezzen. Minden egyes lemezen a szélétől adott távolságra egyetlen ponthegeesztést végez. Ellenőrzésnél megvizsgálják, hogy a robot mekkora távolságra végezte el a hegesztést. A méréshez olyan digitális műszert használnak, amelynek kijelzője egész milliméterekben mutatja a mért távolságokat. A minőségellenőr véletlenszerűen kiválasztott kilenc lemezt a már elkészültek közül, és azokon az alábbi gyakorisági diagramnak megfelelő távolságokat mérte.



- a) Számítsa ki a mért távolságok átlagát és szórását!

Ha a minőségellenőr bármely tíz, véletlenszerűen választott lemezen a mért távolságok szórását 1 milliméternél nagyobbak találja, akkor a robotot le kell állítani, és újra el kell végezni a robot beállítását.

- b) Tudjuk, hogy az ellenőr a már kiválasztott kilenc lemezhez egy olyan tizediket választott, hogy ezen minőségi követelmény alapján nem kellett leállítani a robotot. (Ehhez a kilenc lemezhez tartozó adatokat adtuk meg a feladat elején!) Mekkora távolságot mérhetett a minőségellenőr ezen a tizedik lemezen (a fent leírt mérőműszert használva)?

a)	5 pont	
b)	11 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	a feladat sorszám	elért pontszám	összesen	maximális pontszám
I. rész	1.			14
	2.			11
	3.			12
	4.			14
II. rész				16
				16
				16
				16
				16
		← nem választott feladat		
<b>MINDÖSSZESEN</b>				<b>115</b>

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	a feladat sorszám	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
II. rész			

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző